KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI

Próbna Matura z OPERONEM

II edycja – Marzec 2016

Matematyka

Poziom podstawowy

Zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	D	$\log 7 + 2\log 3 = \log 7 + \log 9 = \log 7 \cdot 9 = \log 63$
2.	D	$\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3\cdot 9}} = \frac{\sqrt[3]{18}}{3}$
3.	A	$\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} = \frac{\left(3-\sqrt{5}\right)^2}{9-5} = \frac{14-6\sqrt{5}}{4} = \frac{7-3\sqrt{5}}{2}$
4.	B	$\frac{1}{2}x + 1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x = -1 \Rightarrow x = -2$
5.	D	$\begin{cases} \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{3}{2} \\ \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\alpha = \frac{3\sqrt{13}}{13} \\ \cos\alpha = -\frac{2\sqrt{13}}{13} \end{cases}$
6.	D	Odsetki są kapitalizowane dwa razy w roku, więc należy podzielić odpowiednio procent i pomnożyć wykładnik potęgi.
7.	B	$(x-1)^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow x - 1 = \frac{5}{2} \vee x - 1 = -\frac{5}{2}$ $\Rightarrow x_1 = \frac{7}{2}, x_2 = -\frac{3}{2}$
8.	D	$-x^2 - 2x > 0 \Rightarrow x(-x-2) = 0$ $x_1 = 0, x_2 = -2$ Ramiona paraboli są skierowane do dołu.
9.	A	$\lvert\angle AOB\rvert = 2\cdot 38^\circ = 76^\circ \Rightarrow \lvert\angle ABO\rvert = 52^\circ \Rightarrow \alpha = 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ$
10.	C	$a_n = \frac{(n+1)(-n+4)}{n+1} = -n+4$ $-n+4 > 0 \Rightarrow n < 4 \Rightarrow n \in \{1,2,3\}$
11.	D	$f(x) = 2^3 \cdot 2^x = 2^{x+3}$
12.	A	$\Delta = 16 - 40 = -24, y_w = \frac{24}{4} = 6$, ramiona paraboli są skierowane do góry
13.	B	$\begin{cases} a_1 + 10r = 13 \\ a_1 + 14r = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -7 \\ r = 2 \end{cases}$

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
14.	A	$\begin{cases} y = 5x + 3 \\ y = 3x + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$
15.	B	$x_W = 3 \Rightarrow m = 6$ $y_W = -8$ i ramiona paraboli są skierowane do góry
16.	A	$(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = \frac{16}{10} \Rightarrow \sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha = \frac{16}{10} \Rightarrow$ $\Rightarrow 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{6}{10} \Rightarrow \sin\alpha\cos\alpha = \frac{3}{10}$
17.	C	$13x$, $12x$, $5x$ – boki trójkąta, więc $\mathrm{tg}\alpha = \frac{12}{5}$
18.	C	$\alpha + 40°, \alpha, \frac{\alpha + 40°}{5}$ – kąty trójkąta $\alpha + 40° + \alpha + \frac{\alpha + 40°}{5} = 180° \Rightarrow \alpha = 60°$, zatem kąty trójkąta mają miary: $100°$, $60°$, $20°$
19.	B	Jedynie prosta z przykładu B ma ten sam współczynnik kierunkowy co prosta l i punkt A spełnia równanie tej prostej.
20.	A	$\bar{x}_W = \frac{1\cdot 0{,}3 + 2\cdot 0{,}7 + 3\cdot 0{,}3 + 2\cdot 4\cdot 0{,}7 + 5\cdot 0{,}3}{3\cdot 0{,}3 + 3\cdot 0{,}7} \approx 3{,}23$
21.	B	$r = 2\sqrt{3} \Rightarrow V = \frac{1}{3}\cdot\pi\cdot 12\cdot 6 = 24\pi$
22.	C	$a = 6 \Rightarrow k = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{P_{\Delta DEF}}{P_{\Delta ABC}} = \frac{9}{4} \Rightarrow P_{\Delta DEF} = 54$
23.	D	$\frac{1}{2}m + 1 = 4 \Rightarrow m = 6$
24.	A	Rozpatrz wszystkie przypadki cyfr parzystych i nieparzystych takie, że na końcu jest cyfra nieparzysta.
25.	C	$\frac{1}{2}a\sqrt{2}h = 12 \wedge h = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}} \Rightarrow a^2 = 8\sqrt{3} \Rightarrow P = 48\sqrt{3}$

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
26.	Postęp: Zapisanie równania: $a_n = S_n - S_{n-1}$	1
	Rozwiązanie bezbłędne Przekształcenie równania do postaci wykazującej tezę zadania: $a_n = 5n + 13$	2
27.	Postęp: Zapisanie, że jedną z wyrzuconych liczb musi być 3 lub 6 i zapisanie liczebności zbioru zdarzeń elementarnych: $\|\Omega\| = 36$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Wyznaczenie liczebności zdarzenia $A: \|A\| = 20$ i obliczenie prawdopodobieństwa: $P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$	2

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
28.	Postęp: Wyznaczenie odciętej wierzchołka paraboli: $x_w = -2$ i zapisanie, że nie należy do danego przedziału.	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie wartości funkcji na krańcach przedziału: $f(0)=0, f(2)=-12$ i zapisanie odpowiedzi: Wartość najmniejsza jest równa (-12), wartość największa jest równa 0.	2
29.	Postęp: Zapisanie ciągu w postaci: $\left(x, \frac{1}{x}, 27\right)$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Zapisanie i rozwiązanie równania, co wykazuje tezę zadania: $\frac{1}{x^2} = 27x \Rightarrow x = \frac{1}{3}$	2
30.	Postęp: Zapisanie proporcji: $\frac{12}{x} = \frac{6\sqrt{3}}{6\sqrt{3}-x}$, x – bok kwadratu	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie równania: $x = 12\left(2\sqrt{3}-3\right)$	2
31.	Postęp: Zapisanie szukanych liczb w postaci: $2x, x, x+3$	1
	Istotny postęp: Zapisanie równania: $(2x)^2 + x^2 + (x+3)^2 = 945$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Doprowadzenie równania do postaci: $6x^2 + 6x - 936 = 0$	3
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie równania: $x = -13 \vee x = 12$ i zapisanie odpowiedzi: są to liczby: $(-26, -13, -10) \vee (24, 12, 15)$	4
32.	Postęp: Zapisanie równania: $\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 10 \sin\alpha = 36$	1
	Istotny postęp: Rozwiązanie równania: $\sin\alpha = \frac{3}{5}$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Wyznaczenie długości odcinków $CD, DB: \|CD\| = 6, \|DB\| = 8$	3
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie długości odcinka: $AC: \|AC\| = 2\sqrt{13}$	4

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
33.	Postęp: Wprowadzenie dokładnych oznaczeń lub wykonanie rysunku z oznaczeniami: *ABCD* – podstawa ostrosłupa *S* – wierzchołek ostrosłupa *SD* – wysokość ostrosłupa *ADS*, *CDS* – ściany boczne prostopadłe do podstawy	1
	Istotny postęp: Obliczenie długości wysokości ostrosłupa: $\lvert SD\rvert = 4\sqrt{3}$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności Obliczenie długości krawędzi bocznych ostrosłupa: $\lvert AS\rvert = \lvert CS\rvert = 8, \lvert BS\rvert = 4\sqrt{5}$	4 (3 pkt, gdy wyznaczono tylko jedną długość)
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie pola powierzchni bocznej ostrosłupa: $P_b = 16\left(2+\sqrt{3}\right)$	5
34.	Postęp: Wyznaczenie środka odcinka *AB*: $D = \left(-2, 2\right)$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Wyznaczenie długości środkowej CD: $\lvert CD\rvert = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$	2