Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

MARZEC 2016

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 17 stron (zadania 1.–34.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–25.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (26.–34.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–25. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\log 7 + 2\log 3$ jest równa liczbie:

A. $\log 13$ **B.** $\log 16$ **C.** $\log 42$ **D.** $\log 63$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\dfrac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3}}$ jest równa liczbie:

A. $\dfrac{\sqrt[3]{5}}{3}$ **B.** $\dfrac{\sqrt[3]{6}}{3}$ **C.** $\dfrac{\sqrt[3]{11}}{3}$ **D.** $\dfrac{\sqrt[3]{18}}{3}$

Zadanie 3. (0–1)

Wyrażenie $\dfrac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$ jest równe:

A. $\dfrac{7-3\sqrt{5}}{2}$ **B.** $\dfrac{7+3\sqrt{5}}{2}$ **C.** $\dfrac{7}{4}$ **D.** $\dfrac{7}{2}$

Zadanie 4. (0–1)

Funkcja $f(x) = \dfrac{1}{2}x + 1$ ma:

A. jedno miejsce zerowe: 2
B. jedno miejsce zerowe: -2
C. dwa miejsca zerowe: $2, -2$
D. dwa miejsca zerowe: $0, -2$

Zadanie 5. (0–1)

Jeśli $\mathrm{tg}\alpha = -\dfrac{3}{2}$ i $\alpha \in (90°, 180°)$, to:

A. $\sin\alpha = \dfrac{2\sqrt{13}}{13}$ **B.** $\sin\alpha = -\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$

C. $\cos\alpha = \dfrac{2\sqrt{13}}{13}$ **D.** $\cos\alpha = -\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$

Zadanie 6. (0–1)

Kwotę 10000 zł złożono w banku na dwa lata na 3% w stosunku rocznym. Odsetki są kapitalizowane w tym banku co pół roku. Po dwóch latach kwota ta wyniesie:

A. $10000 \cdot \left(1 + \dfrac{3}{100}\right)^2$ **B.** $10000 \cdot \left(1 + \dfrac{3}{100}\right)^4$

C. $10000 \cdot \left(1 + \dfrac{3}{200}\right)^2$ **D.** $10000 \cdot \left(1 + \dfrac{3}{200}\right)^4$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 7. (0–1)

Miejscami zerowymi funkcji $f(x) = -4(x-1)^2 + 25$ są liczby:

A. $x_1 = -\frac{5}{2}, x_2 = \frac{5}{2}$
B. $x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = \frac{7}{2}$
C. $x_1 = -\frac{7}{2}, x_2 = \frac{3}{2}$
D. $x_1 = -\frac{5}{2}, x_2 = \frac{7}{2}$

Zadanie 8. (0–1)

Zbiór rozwiązań nierówności $-x^2 > 2x$, to:

A. $(-\infty, -2)$
B. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$
C. $(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$
D. $(-2, 0)$

Zadanie 9. (0–1)

W okrąg o środku O wpisano trójkąt ostrokątny ABC. Jeśli $|\angle ACB| = 38°$ i prosta l jest styczną do okręgu w punkcie B, to kąt ostry między tą styczną a bokiem AB trójkąta jest równy:

A. $\alpha = 38°$
B. $\alpha = 42°$
C. $\alpha = 48°$
D. $\alpha = 52°$

Zadanie 10. (0–1)

Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{-n^2 + 3n + 4}{n+1}$. Liczba dodatnich wyrazów tego ciągu jest równa:

A. 5
B. 4
C. 3
D. 2

Zadanie 11. (0–1)

Wykres funkcji określonej wzorem $f(x) = 8 \cdot 2^x$ powstaje przez przesunięcie wykresu funkcji $g(x) = 2^x$:

A. o 8 jednostek w górę
B. o 8 jednostek w lewo
C. o 3 jednostki w górę
D. o 3 jednostki w lewo

Zadanie 12. (0–1)

Zbiorem wartości funkcji $f(x) = x^2 + 4x + 10$ jest zbiór:

A. $\langle 6, +\infty)$
B. $\langle -2, +\infty)$
C. $(-2, +\infty)$
D. $(6, +\infty)$

Zadanie 13. (0–1)

W ciągu arytmetycznym jedenasty i piętnasty wyraz są odpowiednio równe 13 i 21. Pierwszy wyraz i różnica tego ciągu są równe:

A. $a_1 = -7, r = -2$
B. $a_1 = -7, r = 2$
C. $a_1 = 7, r = -2$
D. $a_1 = 7, r = 2$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 14. (0–1)

Prosta o równaniu $y = 3x + 1$ przecina prostą o równaniu $y = 5x + 3$ w punkcie:

A. $P = (-1, -2)$ **B.** $P = (-2, -5)$ **C.** $P = (1, 4)$ **D.** $P = (1, 8)$

Zadanie 15. (0–1)

Dana jest funkcja $f(x) = x^2 - mx + 1$. Prosta $x = 3$ jest osią symetrii wykresu funkcji f. Oznacza to że:

A. najmniejszą wartością funkcji jest 6

B. najmniejszą wartością funkcji jest (-8)

C. najmniejszą wartością funkcji jest (-6)

D. najmniejszą wartością funkcji jest 8

Zadanie 16. (0–1)

Wiadomo, że $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{4\sqrt{10}}{10}$ i α jest kątem ostrym. Wówczas wyrażenie $W = \sin\alpha\cos\alpha$ ma wartość:

A. $\frac{3}{10}$ **B.** $\frac{4}{10}$ **C.** $\frac{5}{10}$ **D.** $\frac{6}{10}$

Zadanie 17. (0–1)

Jeżeli stosunek długości przyprostokątnej do długości przeciwprostokątnej w trójkącie prostokątnym jest równy $\frac{12}{13}$, to jeden z kątów ostrych ma miarę α taką, że:

A. $\mathrm{tg}\alpha = 12$ **B.** $\mathrm{tg}\alpha = 13$ **C.** $\mathrm{tg}\alpha = \frac{12}{5}$ **D.** $\mathrm{tg}\alpha = \frac{5}{13}$

Zadanie 18. (0–1)

Jeżeli największy kąt trójkąta jest o $40°$ większy od drugiego kąta i pięć razy większy od trzeciego kąta, to najmniejszy kąt tego trójkąta ma miarę:

A. $40°$ **B.** $30°$ **C.** $20°$ **D.** $10°$

Zadanie 19. (0–1)

Jeśli $A = (5, 3)$ należy do prostej k równoległej do prostej l o równaniu $y = -2x + 7$, to prosta k ma równanie:

A. $y = -2x - 13$ **B.** $y = -2x + 13$ **C.** $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ **D.** $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

Zadanie 20. (0–1)

Podano zestaw danych: 1, 2, 3, 4, 4, 5 i określono wagę dla liczb nieparzystych 0,3, a dla liczb parzystych 0,7. Średnia ważona tych danych jest równa:

A. 3,2333... **B.** 3,22333... **C.** 3,3333... **D.** 3,2222...

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 21. (0–1)

Tworząca stożka jest nachylona do jego płaszczyzny podstawy pod kątem 60°. Wysokość stożka ma długość 6. Objętość stożka jest równa:

A. 48π **B.** 24π **C.** $12\pi\sqrt{3}$ **D.** $24\pi\sqrt{3}$

Zadanie 22. (0–1)

Dwa najdłuższe boki trójkąta prostokątnego ABC mają długości 10 i 8. Najkrótszy bok trójkąta DEF podobnego do trójkąta ABC ma długość 9. Pole trójkąta DEF jest równe:

A. 36 **B.** 48 **C.** 54 **D.** 60

Zadanie 23. (0–1)

Prosta l ma równanie $y=-\frac{1}{4}x-1$. Prosta k: $y=\left(\frac{1}{2}m+1\right)x-5$ jest prostopadła do prostej l.

Oznacza to, że:

A. $m=3$ **B.** $m=\frac{3}{2}$ **C.** $m=\frac{5}{2}$ **D.** $m=6$

Zadanie 24. (0–1)

Liczb trzycyfrowych nieparzystych o różnych cyfrach jest:

A. $5\cdot4\cdot3+5\cdot5\cdot4+4\cdot4\cdot5+4\cdot5\cdot4$
B. $5\cdot4\cdot3+4\cdot5\cdot3+4\cdot4\cdot5+5\cdot5\cdot5$
C. $9\cdot9\cdot5$
D. $10\cdot9\cdot4$

Zadanie 25. (0–1)

Sześcian przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną dolnej podstawy i wierzchołek górnej podstawy. Otrzymany przekrój jest trójkątem o polu 12. Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe:

A. $96\sqrt{3}$ **B.** $64\sqrt{3}$ **C.** $48\sqrt{3}$ **D.** $16\sqrt{3}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań 26.–34. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (0–2)

Wykaż, że jeśli suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego wyraża się wzorem $S_n = \frac{5n^2 + 31n}{2}$, to wyraz ogólny jest równy $a_n = 5n + 13$.

Zadanie 27. (0–2)

Rzucamy dwa razy kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że iloczyn wyrzuconych oczek będzie podzielny przez 3.

Zadanie 28. (0–2)

Wyznacz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = -x^2 - 4x$ w przedziale $\langle 0,2 \rangle$.

Zadanie 29. (0–2)

Wykaż, że jeśli punkt $A = (x, y)$ należy do wykresu funkcji $f(x) = \frac{1}{x}$ i ciąg $(x, y, 27)$ jest geometryczny, to $x = \frac{1}{3}$.

Zadanie 30. (0–2)

Dany jest trójkąt równoboczny o boku $a = 12$. W ten trójkąt wpisano kwadrat w ten sposób, że jeden bok kwadratu jest zawarty w boku trójkąta, a dwa wierzchołki należą do pozostałych boków trójkąta. Wyznacz długość boku kwadratu.

Zadanie 31. (0–4)

Dane są trzy liczby, z których pierwsza jest dwukrotnością drugiej i trzecia jest o 3 większa od drugiej. Suma kwadratów tych liczb jest równa 945. Wyznacz te liczby.

Zadanie 32. (0–4)

Dany jest trójkąt ABC o wysokości CD. Wiadomo, że $|BC| = 10$, $|AB| = 12$ i pole trójkąta jest równe $P = 36$. Wyznacz długość boku AC.

Zadanie 33. (0–5)

Dany jest ostrosłup czworokątny, w którym dwie ściany są prostopadłe do płaszczyzny podstawy. Podstawa ostrosłupa jest kwadratem o boku długości 4. Dwie ściany boczne tworzą z płaszczyzną podstawy kąt 60°. Oblicz pole powierzchni bocznej bryły.

Zadanie 34. (0–2)

Dane są współrzędne wierzchołków trójkąta: $A=(-4,-2), B=(0,6), C=(5,1)$. Wyznacz długość środkowej CD tego trójkąta.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)