Miejsce na identyfikację szkoły

# ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

## POZIOM PODSTAWOWY

**LISTOPAD 2014**

**Czas pracy: 170 minut**

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 13 stron (zadania 1.–34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–25.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (26.–34.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

***Życzymy powodzenia!***

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | |

**PESEL ZDAJĄCEGO**

| | | |
|---|---|---|
| | | |

**KOD ZDAJĄCEGO**

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

**W zadaniach 1.–25. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.**

## Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}-1}$ jest równa liczbie:

**A.** $\sqrt{10}-\sqrt{5}$ **B.** $\sqrt{10}+\sqrt{5}$ **C.** $\sqrt{7}-\sqrt{5}$ **D.** $\sqrt{7}+\sqrt{5}$

## Zadanie 2. (0–1)

Dana jest funkcja $f$ określona wzorem $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & \text{dla } x\in(-\infty,-2\rangle \\ -\frac{1}{3}x+1 & \text{dla } x\in(-2,3) \\ 2x-8 & \text{dla } x\in\langle 3,+\infty) \end{cases}$.

Miejscem zerowym tej funkcji jest:

**A.** $-1$ **B.** $1$ **C.** $3$ **D.** $4$

## Zadanie 3. (0–1)

Liczba $a=\frac{\left(2^3\right)^4}{2^{-5}}$ jest równa liczbie:

**A.** $2^2$ **B.** $2^7$ **C.** $2^{12}$ **D.** $2^{17}$

## Zadanie 4. (0–1)

Jeśli cenę towaru obniżono najpierw o 10%, a potem o 15%, to znaczy, że po dwóch obniżkach cena końcowa jest obniżona w stosunku do początkowej o:

**A.** 23,5% **B.** 25% **C.** 25,5% **D.** 26%

## Zadanie 5. (0–1)

Jeżeli liczbę $x=\frac{2}{3}$ przybliżymy z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku, to błąd względny tego przybliżenia jest równy:

**A.** $\frac{1}{2}\%$ **B.** $1\%$ **C.** $\frac{1}{3}\%$ **D.** $\frac{2}{3}\%$

## Zadanie 6. (0–1)

Jeśli do wykresu funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$ należy punkt $A=\left(-\frac{1}{4},8\right)$, to:

**A.** $a=-32$ **B.** $a=-2$ **C.** $a=2$ **D.** $a=32$

## Zadanie 7. (0–1)

Prosta $l$ ma równanie $6x+10y+7=0$. Współczynnik kierunkowy prostej $k$ prostopadłej do prostej $l$ jest równy:

**A.** $a=-\frac{1}{6}$ **B.** $a=\frac{1}{6}$ **C.** $a=-\frac{5}{3}$ **D.** $a=\frac{5}{3}$

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

## Zadanie 8. (0–1)

Dany jest ciąg arytmetyczny $(a_n)$. Suma częściowa tego ciągu wyraża się wzorem $S_n = 5n^2 - 7n$. Drugi wyraz ciągu jest równy:

**A.** 4 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 10

## Zadanie 9. (0–1)

Liczba trzycyfrowych liczb naturalnych o różnych cyfrach jest równa:

**A.** $10 \cdot 9 \cdot 8$ **B.** $9 \cdot 9 \cdot 8$ **C.** $10 \cdot 10 \cdot 8$ **D.** $9 \cdot 8 \cdot 8$

## Zadanie 10. (0–1)

Różnica między większym i mniejszym rozwiązaniem równania $(x+7)(x+1)=0$ jest równa:

**A.** $-8$ **B.** $-6$ **C.** 6 **D.** 8

## Zadanie 11. (0–1)

Wyrażenie wymierne $W = \dfrac{16x^2 - 25}{16x^2 + 40x + 25}$ po skróceniu przyjmuje postać:

**A.** $W = \dfrac{4x-5}{4x+5}$ **B.** $W = \dfrac{4x+5}{4x-5}$ **C.** $W = \dfrac{-25x}{40x+25}$ **D.** $W = \dfrac{-1}{40x}$

## Zadanie 12. (0–1)

Dziedziną funkcji $f$ określonej wzorem $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + 4x}$ jest zbiór:

**A.** $R \setminus \{-4\}$ **B.** $R \setminus \{4\}$ **C.** $R \setminus \{-4, 0\}$ **D.** $R \setminus \{0, 4\}$

## Zadanie 13. (0–1)

Dana jest funkcja określona wzorem $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. Zbiorem wartości tej funkcji jest:

**A.** $(-9, +\infty\rangle$ **B.** $\langle 9, +\infty)$ **C.** $(-\infty, -9\rangle$ **D.** $(-\infty, 9\rangle$

## Zadanie 14. (0–1)

Liczba rozwiązań rzeczywistych równania $81 + x^3 = 0$ to:

**A.** 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 0

## Zadanie 15. (0–1)

Jeśli $\alpha$ jest kątem rozwartym i $\sin\alpha = \dfrac{12}{13}$, to:

**A.** $\cos\alpha = \dfrac{13}{12}$ **B.** $\cos\alpha = -\dfrac{13}{12}$ **C.** $\cos\alpha = \dfrac{5}{13}$ **D.** $\cos\alpha = -\dfrac{5}{13}$

## Zadanie 16. (0–1)

Liczba przeciwna do liczby $10^{-\frac{5}{3}}$ to liczba:

**A.** $10^{-\frac{5}{3}}$ **B.** $10^{\frac{5}{3}}$ **C.** $-10^{-\frac{3}{5}}$ **D.** $-10^{-\frac{5}{3}}$

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

## Zadanie 17. (0–1)

Wzór funkcji, której wykres powstaje przez przesunięcie równoległe wzdłuż osi $OY$ wykresu funkcji $f(x) = 3^x$ o 4 jednostki w dół, to:

**A.** $y = 3^x - 4$ **B.** $y = 3^x + 4$ **C.** $y = 3^{x-4}$ **D.** $y = 3^{x+4}$

## Zadanie 18. (0–1)

Rozwiązaniem nierówności $(x-5)^2 \leq 0$ jest:

**A.** zbiór liczb rzeczywistych **B.** zbiór pusty
**C.** liczba $-5$ **D.** liczba 5

## Zadanie 19. (0–1)

Dany jest trójkąt prostokątny o kącie ostrym $\alpha$. Jeśli $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ i przeciwprostokątna ma długość 20, to dłuższa przyprostokątna ma długość:
**A.** 10 **B.** 12 **C.** 16 **D.** 18

## Zadanie 20. (0–1)

Wysokość trójkąta równobocznego jest o 4 krótsza od długości boku. Długość boku trójkąta jest równa:
**A.** $8\left(2+\sqrt{3}\right)$ **B.** $8\left(2-\sqrt{3}\right)$ **C.** $4\sqrt{3}$ **D.** $8\sqrt{3}$

## Zadanie 21. (0–1)

Pole trójkąta jest równe $18\sqrt{3}$, a kąt ma miarę $60^\circ$. Jeden z boków przyległych do tego kąta ma długość 12. Oznacza to, że drugi z boków przyległych do kąta $60^\circ$ ma długość:
**A.** 4 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 10

## Zadanie 22. (0–1)

Jeśli wszystkie krawędzie ostrosłupa prawidłowego czworokątnego mają jednakowe długości, to ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod takim kątem $\alpha$, że:

**A.** $\sin\alpha = \frac{1}{2}$ **B.** $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\sin\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ **D.** $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

## Zadanie 23. (0–1)

Przekrój osiowy walca jest kwadratem o przekątnej długości 8. Objętość tego walca jest równa:
**A.** $216\pi\sqrt{2}$ **B.** $128\pi\sqrt{2}$ **C.** $64\pi\sqrt{2}$ **D.** $32\pi\sqrt{2}$

## Zadanie 24. (0–1)

Prosta $l$ jest styczna do okręgu o środku $S$ w punkcie $A$, $AC$ jest średnicą okręgu, a $AB$ jest jego cięciwą. Kąt między prostą $l$ i cięciwą $AB$ jest równy $52^\circ$. Zatem kąt $ACB$ ma miarę:
**A.** $42^\circ$ **B.** $48^\circ$ **C.** $52^\circ$ **D.** $58^\circ$

## Zadanie 25. (0–1)

Rzucono dwa razy kostką sześcienną do gry. Prawdopodobieństwo tego, że suma wyrzuconych oczek jest równa 6, jest równe:
**A.** $\frac{3}{36}$ **B.** $\frac{4}{36}$ **C.** $\frac{5}{36}$ **D.** $\frac{6}{36}$

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

## ZADANIA OTWARTE

**Rozwiązania zadań 26.–34. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.**

### Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż nierówność $-5x^2 + 10x > 0$.

Odpowiedź: ..............................................................................................................................

### Zadanie 27. (0–2)

Rozwiąż równanie $\frac{5x+6}{x} = x$.

Odpowiedź: ..............................................................................................................................

## Zadanie 28. (0–2)

Dany jest odcinek $AB$ o środku $S=(7,2)$. Wyznacz współrzędne punktu $A$, wiedząc, że $B=(-3,11)$.

Odpowiedź: ..............................................................................................................................

## Zadanie 29. (0–2)

W ciągu geometrycznym trzeci wyraz jest równy $\frac{32}{3}$, a drugi wyraz jest równy 16. Wyznacz pierwszy wyraz i iloraz tego ciągu.

Odpowiedź: ..............................................................................................................................

## Zadanie 30. (0–2)

Sprawdź, że dla każdego kąta ostrego $\alpha$ prawdziwa jest tożsamość:
$(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 + (\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = 2$.

Odpowiedź: ..........................................................................................................................

## Zadanie 31. (0–2)

Wykaż, że prawdziwe jest równanie $\left(11 - \sqrt{21}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(11 + \sqrt{21}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{42}$.

Odpowiedź: ..........................................................................................................................

## Zadanie 32. (0–4)

Trójmian kwadratowy $y = ax^2 + bx + c$ osiąga najmniejszą wartość równą $-1$ dla argumentu $\frac{3}{2}$. Do wykresu trójmianu należy punkt $A = (3, 8)$. Wyznacz współczynniki $a, b, c$.

Odpowiedź: ..............................................................................................................................

## Zadanie 33. (0–4)

Pole prostokąta jest równe 228. Jeśli długość jednego boku zmniejszymy o 5, a długość drugiego boku zwiększymy o 2, to otrzymamy kwadrat. Wyznacz długości boków prostokąta.

Odpowiedź: ..............................................................................................................................

## Zadanie 34. (0–5)

Dany jest stożek, którego przekrój osiowy jest trójkątem prostokątnym. Objętość stożka jest równa $V = 18\pi\sqrt{2}$. Wyznacz pole powierzchni całkowitej stożka.

Odpowiedź: ..........................................................................................................................................

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)