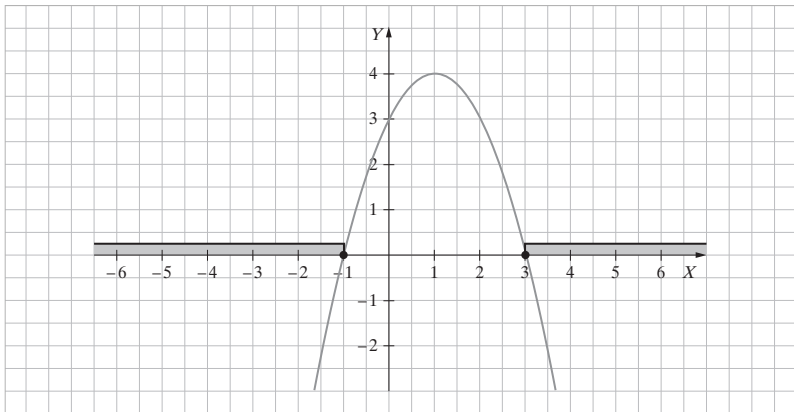


**Matematyka**  
**Poziom podstawowy**

Listopad 2009

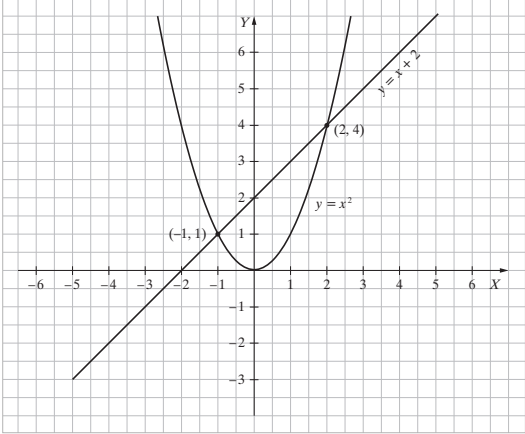
Zadania zamknięte

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania	Liczba punktów
1.	D.	$27^{-2} \cdot 9^6 = (3^3)^{-2} \cdot (3^2)^6 = 3^{-6} \cdot 3^{12} = 3^{-6+12} = 3^6$	1
2.	B.	$\cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{7}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{4}{49}} = \sqrt{\frac{45}{49}} = \frac{3\sqrt{5}}{7}$	1
3.	B.	$ x - 2  < 4$ $-4 < x - 2 < 4$ $-2 < x < 6$ $x \in (-2, 6)$	1
4.	B.	$r^2 = 16, r = 4$ $L = 2\pi \cdot 4 = 8\pi$	1
5.	D.	$a^3 = 125, a = 5, P = 6a^2 = 6 \cdot 5^2 = 6 \cdot 25 = 150$	1
6.	C.	$r = \frac{2}{3} \cdot 6\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$	1
7.	D.	Wierzchołek paraboli: (4,5). Najmniejsza wartość to druga współrzędna wierzchołka, a więc 5.	1
8.	C.	 <p><math>x \in (-\infty, -1) \cup (3, \infty)</math></p>	1
9.	C.	$\log 0,1 + \log_2 16 = -1 + 4 = 3$	1
10.	D.	Liczba wszystkich uczniów klasy: $5 + 9 + 10 + 4 + 2 = 30$ . Średni wzrost: $\frac{160 \cdot 5 + 165 \cdot 9 + 170 \cdot 10 + 175 \cdot 4 + 180 \cdot 2}{30} \approx 168$ (cm) Liczba uczniów o wzroście powyżej 168 cm: $10 + 4 + 2 = 16$ .	1

11.	B.	$y = mx + 6$ $-4 = 2m + 6$ $2m = -4 - 6$ $2m = -10$ $m = -5$	1
12.	B.	$\frac{50}{40} = 1,25 = 125\%$ $125\% - 100\% = 25\%$	1
13.	B.	$W(x) \cdot M(x) = (x - 4)(x^2 - 2x) = x^3 - 2x^2 - 4x^2 + 8x = x^3 - 6x^2 + 8x$	1
14.	A.	$ PR  = \sqrt{(-1 - 3)^2 + [2 - (-1)]^2} = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$ $L = 4 \cdot 5 = 20$	1
15.	D.	<p>Wyraz środkowy jest średnią arytmetyczną wyrazów skrajnych.</p> $x + 4 = \frac{1 + 5}{2}$ $x + 4 = 3$ $x = 3 - 4$ $x = -1$	1
16.	C.	$-1 = 4^2 + k$ $-1 = 16 + k$ $k = -17$	1
17.	A.	$\frac{a_4}{a_3} = \frac{1}{2} = q$ $a_1 = 1$ $a_2 = a_1 \cdot q = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	1
18.	A.	$a^2 = \left(\frac{24}{2}\right)^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$ $a = \sqrt{169} = 13$	1
19.	C.	$\alpha = \frac{1}{9} \cdot 360^\circ = 40^\circ$ $\beta$ - kąt wpisany $\beta = 0,5 \cdot \alpha = 0,5 \cdot 40^\circ = 20^\circ$	1
20.	B.	$-\frac{2}{3}x + 4 < 0$ $-\frac{2}{3}x < -4$ $-2x < -12$ $x > 6$	1

## Zadania otwarte

Numer zadania	Kryteria oceniania	Liczba punktów
21.	<p>Dokonanie istotnego postępu.                      Sprowadzenie równania do postaci iloczynowej.  <math>x^2(x + 1) + (x + 1) = 0</math></p>	1

	$(x^2 + 1)(x + 1) = 0$	
	<p>Bezbledne rozwiazanie zadania. Sprowadzenie do postaci iloczynowej i wyznaczenie rozwiazania rownania. <math>x = -1</math></p>	1
22.	<p>Dokonanie istotnego postepu. Sporzadzenie rysunku.</p> 	1
	<p>Bezbledne rozwiazanie zadania. Sporzadzenie rysunku i odczytanie odpowiedzi. <math>x &lt; -1</math> lub <math>x &gt; 2</math>.</p>	1
23.	<p>Dokonanie istotnego postepu. Zapisanie rownania okregu w postaci kanonicznej <math>(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 9</math> i wyznaczenie wspolrzędnych srodka i promienia: <math>(2, 1), r = 3</math>.</p>	1
	<p>Bezbledne rozwiazanie zadania. Zapisanie rownania w postaci kanonicznej (lub sporzadzenie rysunku) i zapisanie rownan prostych: <math>x = -1, x = 5</math>.</p>	1
24.	<p>Dokonanie istotnego postepu. <math>x</math> – dlugosc ramienia trapezu Zapisanie zwiazku miedzy dlugoscia ramienia a cosinusem kata ostrego i obliczenie dlugosci ramienia. <math>\frac{1}{x} = \frac{1}{2}</math> <math>x = 2</math> (cm)</p>	1
	<p>Bezbledne rozwiazanie zadania. Obliczenie obwodu trapezu. <math>L = 6 + 2 + 4 + 2 = 14</math> (cm)</p>	1
25.	<p>Dokonanie istotnego postepu. Obliczenie wyrazu <math>a_n</math>. <math>a_n = S_n - S_{n-1} = n(n - 2) - (n - 1)(n - 3) = n^2 - 2n - n^2 + 3n + n - 3 = 2n - 3</math></p>	1
	<p>Bezbledne rozwiazanie zadania. Wyznaczenie pierwszego wyrazu i roznicy. <math>a_1 = 2 \cdot 1 - 3 = -1</math> <math>r = a_2 - a_1 = 1 + 1 = 2</math></p>	1

26.	Dokonanie istotnego postępu. Opuszczenie znaku wartości bezwzględnej. $ x - 1  +  x  -  -x + 1  = -x + 1 + x + x - 1$	1
	Bez błędne rozwiązanie zadania. Opuszczenie znaku wartości bezwzględnej i dokonanie redukcji wyrazów podobnych. Zapisanie wyrażenia w najprostszej postaci: $x$ .	1
27.	Dokonanie istotnego postępu. Zapisanie odpowiedniego równania. $x$ – wiek Julki $x + 2 = 2(x - 8)$	1
	Bez błędne rozwiązanie równania. Ułożenie i rozwiązanie równania: $x = 18$	1
28.	Dokonanie istotnego postępu. Zauważenie, że prostokąt jest kwadratem i obliczenie długości jego przekątnej: $a\sqrt{2}$ , gdzie $a$ – długość boku kwadratu.	1
	Bez błędne rozwiązanie zadania. Wyznaczenie długości przekątnej oraz obliczenie stosunku kwadratów. $\frac{(a\sqrt{2})^2}{a^2} = 2$	1
29.	Dokonanie niewielkiego postępu. Wykorzystanie zależności między wyrazami ciągu geometrycznego oraz arytmetycznego. $x^2 = 4y$ $x + 1 = \frac{5 + y}{2}$	1
	Dokonanie istotnego postępu. Uzależnienie jednej z niewiadomych od drugiej. $y = 2x - 3$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności zadania. Otrzymanie równania kwadratowego $x^2 - 8x + 12 = 0$	1
	Rozwiązanie zadania do końca – w rozwiązaniu występują usterki. Obliczenie niewiadomej: $x = 2$ lub $x = 6$ .	1
	Rozwiązanie bez błędne. Wybranie odpowiedniej liczby: $x = 2$	1
30.	Dokonanie niewielkiego postępu. Zapisanie zależności wynikających z treści zadania. $180 = vt$ $180 = (t - 1)(v + 30)$	1
	Dokonanie istotnego postępu. Otrzymanie równania z jedną niewiadomą. $\frac{180}{v + 30} + \frac{v + 30}{v + 30} = \frac{180}{v}$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności zadania. Otrzymanie równania kwadratowego. $v^2 + 30v - 5400 = 0$	1
	Rozwiązanie zadania do końca – w rozwiązaniu występują usterki. Obliczenie prędkości: $v = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .	1

	Rozwiązanie bezbłędne. $v = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$	1
31.	Dokonywanie niewielkiego postępu. Zapisanie układów równań, umożliwiających wyznaczenie wzorów odpowiednich prostych. $AC: 4 = -2a + b$ i $-3 = 5a + b$ $BD: -2 = -2a + b$ i $4 = a + b$	1
	Pokonywanie zasadniczych trudności zadania. Wyznaczenie równań przekątnych i zapisanie układu równań, prowadzącego do wyznaczenia współrzędnych punktu przecięcia prostych. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x + 2 \end{cases}$	1
	Rozwiązanie zadania do końca – w rozwiązaniu występują usterki. Znalezienie współrzędnych punktu przecięcia: $(0, 2)$	1
	Rozwiązanie bezbłędne. $(0, 2)$	1

W kluczu są prezentowane przykładowe prawidłowe odpowiedzi. Należy również uznać odpowiedzi ucznia, jeśli są inaczej sformułowane, ale ich sens jest synonimiczny wobec schematu, oraz inne odpowiedzi, nieprzewidziane w kluczu, ale poprawne.